Вы вместе с другом или подругой находитесь на прогулке. К вам подходит ведущий и предлагает поучаствовать в простом конкурсе. Условия конкурса: есть закрытая и звукоизолированная палатка, внутри находятся два мешка с бильярдными шарами по 100 шаров в каждом. Шары в одном мешке имеют номера на них, шары во втором - не содержат номеров. Ваш друг или подруга могут зайти в шатер и как-то повзаимодействовать с шарами, например, переложить их из одного мешка в другой. Забирать с собой или оставлять шар вне мешка нельзя. После вашего спутника вы так же заходите в палатку. Ваша цель - вытащить шар с номером на нем. Вытаскивать шар вы будете вслепую, т.е. не видя содержимое мешка (и сколько в нем шаров, например). Вытащить можно только один шар. Перед началом этого конкурса у вас есть возможность обсудить со своим другом или подругой стратегию, чтобы максимизировать шансы вытащить нужный шар.  
Какую стратегию вы выберете и почему?

Перед описанием решения я приму два допущения, которые не противоречат условию, но и не прописаны в нём прямо:

1) Друг взаимодействует с мешками не вслепую и различает виды шаров.

2) Друг не может просто дать мне указание формата "в левом мешке будут только пронумерованные шары, бери оттуда". Не может просто самостоятельно пронумеровать шары маркером, чтобы все 200 шаров технически были пронумерованными. Я не могу взвешивать мешки (пусть и вслепую). Короче отсекаем эти и прочие варианты, в которых можно применить смекалку и полностью уклониться от расчётов при решении.

РЕШЕНИЕ:

Назовём мешок с пронумерованными шарами - мешок А. Второй будет мешком Б.

Друг переложит 99 пронумерованных шаров из мешка А в мешок Б. Таким образом, при выборе мешка А, я 100% вытащу нужный шар. При выборе мешка Б мои шансы на успех будут 99/199. Итоговые шансы будут чуть меньше 75%, но примерно равны им. Представим в виде уравнения

х = 0,5\*1 + 0,5\*(99/199)

х = 0,5 + 0.2487 ---дробь округлена

х = 0,7487

Вероятность победы примерно равна 0,7487 или 74,87%.

ПРОВЕРКА:

Проверим, что наше решение оптимально. Для этого сначала учтём случаи, когда вместо перекладывания 99 шаров, мы перекладываем 98 и 100 шаров (соседние значения).

98 шаров:

х = 0,5\*1 + 0,5\*(98/198)

х = 0,5 + 0.2474 ---дробь округлена

х = 0,7474 --- вероятность меньше

100 шаров:

х = 0,5\*0 + 0,5\*(100/200)

х = 0 + 0.25

х = 0.25 --- вероятность меньше

При перекладывании шаров только из мешка Б в мешок А, мы создадим ситуацию, когда при выборе мешка Б мы автоматически проиграем, тем самым вероятность успеха всегда будет меньше 50% (т.к. в мешке А будет некоторое количество непронумерованных шаров).

При взаимном перемешивании шаров между мешками шансы успеха будут увеличиваться и возрастать только в рамках одного мешка, а общая вероятность всегда будет стремиться к 50%. Расписывать уравнения не буду! :)

3 человека садятся за покерный стол, крупье раздает им по 2 карты. Какова вероятность того, что у каждого игрока на руках будет пара? Дайте ответ и опишите процесс решения.

Ответ: 207/978775 ≈ 0.00021148885

Решение:

1 игрок: Карта 1: 52/52=1

Карта 2: вероятность закрыть пару 3/51=1/17.

Общая вероятность пары равна 1/17.

2 игрок: Карта 1: вероятность получить карту того же ранга, что и у первого 2/50, другого ранга 48/50.

Карта 2: вероятность закрыть пару для первого варианта будет 1/49, для второго 3/49.

Общая вероятность пары: х = 2/50\*1/49+48/50\*3/49

х = 2/2450+144/2450

х = 146/2450 = 73/1225

3 игрок: нужно рассмотреть 2 разных случая (где у первых двух игроков одинаковые ранги карт и где разные)

Случай 1 (одинаковые ранги):

Карта 1: 48/48=1

Карта 2: 3/47

Общая вероятность пары: 3/47.

Случай 2 (разные ранги):

Карта 1: вероятность получить карту повторного ранга 4/48, другого ранга 44/48

Карта 2: вероятность закрыть пару для первого варианта будет 1/47, для второго 3/47

Общая вероятность пары: х = 4/48\*1/47+44/48\*3/47

х = 4/2256+132/2256

х = 136/2256 = 17/282

Итоговая вероятность с учётом обоих случаев: для её расчёта нужно учесть, что случаи 1 и 2 происходят не равновероятно. Отношения вероятностей случая 1 к случаю 2 мы знаем из расчётов для второго игрока. Вероятность первой пары равна 2/2450, а вероятность второй 144/2450. Таким образом они относятся друг к другу как 1 к 72.

Таким образом итоговая вероятность того, что у третьего игрока будет пара:

х = 3/47\*1/73 + 17/282\*72/73

х = 3/3431 + 1224/20586

х = 3/3431 + 204/3431

х = 207/3431

РЕЗУЛЬТАТ

Нам нужно перемножить вероятности пары каждого из игроков.

1/17 \* 73/1225 \* 207/3431 = 15111/71450575 = 207/978775 ≈ 0.00021148885

В игре есть лутбокс, в нём 67 уникальных наград, одна из них особая, за которой игроки охотятся, назовём её "премиум". Когда игрок получает непремиальную награду, то больше в этом лутбоксе она ему не встретится (т.е. для следующего открытия наград станет на 1 меньше). Когда игрок получает премиум награду, лутбокс автоматически меняется на новый. В нём снова 67 предметов, одна из которых премиум. Вероятность абсолютно честная! Т.е. вероятность выбить премиум при 67 наградах внутри - 1/67, 1/66 - при 66 наградах и т.д.

Какое мат.ожидание количества открытий лутбоксов для получения двух премиум наград? Обоснуйте свой ответ.

Мат.ожидание = 68.

Если бы награды повторялись, то на каждый премиум уходило бы в среднем по 67 попыток. Однако, в нашем случае, будет уходить только 34 попытки. Самый простой способ это представить я вижу так. В случае с неуникальными наградами мы можем представить, как с каждым открытием мы кидаем наш шанс в копилку. Первое открытие = 1/67. Второе открытие 1/67 уже имеющийся, плюс ещё 1/67, то есть 2/67 в копилке. И так пока не дойдём до 67 попытки. Тогда в нашей копилке "статистически" окажется 1 премиум-награда :)

А если наши награды будут уникальными, как в условии, то знаменатель дроби нашего шанса будет уменьшаться с каждой попыткой на 1. Тогда знаменатель нашего "шанса" нужно условно разделить на 2 (не совсем так).

Практически же это выражается в том, что мы сокращаем наше распределение в два раза и, с точки 67, наша средняя позиций перемещается на середину отрезка от 1 до 67. (67+1)/2 = 34. Таким образом наше мат.ожидание для одной награды составит 34. Поскольку после получения премиума сундук обнулится, мы начнём процесс заново и нам снова понадобится в среднем 34 крутки. То есть для двух премиумов мат. ожидание = 68.

Назовите мобильную игру, в которую играли последней. Укажите 3 фичи, которые привлекают вас в этой игре. Как вы думаете, с какими метриками связаны указанные вами игровые особенности и как они на них влияют.

Чаще всего я играю в шахматное приложение от chess.com. Это не совсем традиционная мобильная игра, но на её примере легко разобрать хорошие фичи.

1) Рейтинг. В игре используется рейтинг Эло, также как и в рейтингах ФИДЕ (Международная шахматная федерация). Это добавляет ощущению рейтинга "веса". Хотя у профессиональных шахматистов рейтинг в онлайн-шахматах как правило несколько выше их рейтинга ФИДЕ, тем не менее рейтинг в этой игре ощущается заслуживающим доверия. По итогу мы получаем систему, в которой твои достижения ощущаются (и являются) ценными, т.к. демонстрируют рост компетенций. Это повышает мотивацию играть и решать задачи в приложении, чтобы становиться лучше.

Я думаю, что это положительно влияет на все ключевые метрики (например конверсия/удержание/возврат в подписку, время в приложении, ретеншен) за счёт того, что игровой опыт ощущается более важным и ценным.

2) Анализ партии от встроенного движка. После партии показывается окно которое показывает сводку по хорошим и плохим ходам игрока и предлагает несколько опций, из которых наиболее выделенная "отчёт о партии". Если его открыть, то встроенный движок выдаст более подробную статистику и интерактивный пошаговый разбор партии. В него входит ранговая оценка шагов в зависимости от их влияния на баланс партии, сам баланс (кто выигрывает в данный момент и насколько), а также предлагаемые лучшие шаги для каждой позиции. Приложение использует один из самых мощных шахматных движков Stockfish, причём постоянно дорабатывает его, выпуская новые поколения, которые стабильно обыгрывают другие модели.

Эта фича в первую очередь должна положительно влиять на конверсию в платную подписку и на возврат в неё, т.к. обычному пользователю доступен только один такой разбор в день. Предполагаю, что на удержание в подписке она тоже влияет, но в меньше степени.

3) Ежедневные задачи. Доступная единая для всех пользователей "Задача дня" (со стриком, который обнуляется, если ты пропустил день), задачи с пазл-рейтингом (не знаю, как лучше назвать, в общем отдельный рейтинг, который показывает, насколько ты хорошо решаешь задачи) и похожие штуки. Задачи - это конкретные шахматные позиции, в которых тебе предлагается сделать неопределённое количество ходов, чтобы гарантированно поставить мат или закрепить преимущество в партии. В задача на рейтинг для обычных пользователей доступны только 3 задачи в день.

Эта фича, на мой взгляд в первую очередь влияет на ретеншен, а если конкретнее, то на фулл ретеншен. Также должна влиять на частоту заходов в приложение - доп функионал, особенно актуальный, когда могут отвлечь, плохой интернет или просто не хочется напрягаться, соревнуясь с игроками. И в некоторой степени должна влиять и на метрики связанные с подпиской, т.к. с ней можно решать больше задач.